CIP 法コードの概要

2000.05.17　AA&S

[1]CIP 法の特長

1.1　圧縮／非圧縮の同時統一解法

現在の数値流体解析においては、非圧縮性流体と圧縮性流体という棲み分けが存在し、それぞれに適応した数値スキーム(離散化、アルゴリズム)としてひとつの体系を成している。

非圧縮性のスキームで圧縮性流体問題が解けないのは原理上明らかであろう。一方、圧縮性のスキームで非圧縮性を解くことは原理的には可能であるが、しかし、現在の圧縮性スキームの多くは、マッハ数 0.1～0.3 以上の亜音速以上を想定しているため、それ以下の速度ではスキームに特異な状態が発生し、アルゴリズム上解析不可能となる。

CIP 法は、本来圧縮性流体解析スキームであるが、流速が小さい場合には非圧縮性流体解析における標準的手法に漸近することが知られている。
つまり、CIP 法では低速から音速域、そして超音速までひとつのコードで一貫した解析が可能である。

この特長を利用すれば、たとえば以下の解析が射程内に収まる。

◇低速から徐々に加速し音速、超音速に至る過程での様々な現象の解析
◇燃焼から爆発、爆轟への発達過程で発生する現象の解析
◇音速の異なる物質が共存する系での複雑・多様な流体現象の解析

など、マッハ数に空間・時間的なひらきが存在する問題
特に気液 2 相では音速が極端に遅くなるので CIP 法が強力な手段になり得る。

1.2　多相同時解法

CIP 法における圧力方程式は状態方程式から導かれる。従って、状態方程式がある種の関数で与えられさえすれば対象物質の状態（固・液・気）によらず同一のアルゴリズムで解くことが可能である。

このとき、固体は粘弾性、弾塑性体としてモデル化され、流動体として統一的に扱われる。すなわち、固体、液体、気体の区別なく流動体として系を統一的に解くことになる。

これまでの解析コードが持ち合わせない、この卓越した特長を利用することで、例えば新たに以下の解析が射程内に収まる。

◇レーザ加工・溶接
◇高速水流による金属の切断
◇船体のスラミング
◇固体と高速流の相互干渉（振動の増幅・共振、etc.）

など、相変化あるいは異なる物質相が相互に干渉する複雑・多様な事象。

1.3　多次元上流化の実現

一般の上流化法は各軸方向ごとに行われる。すなわち本質的には 1 次元的であると言える。この場合、流れの方向が格子とある角度をなす場合、流れとは垂直な方向に本来生じないはずの拡散、すなわち数値拡散をともなうことになる。これを偽似拡散（Pseudo-diffusion）とパタンカーらは命名し、その改善策に関して様々な議論を行っている。

同様のことが圧縮性流体解析の場合でも最近問題視されるようになってきており、これに関しては、国内外の研究者らによって多次元平面波解に基づいた多次元上流化スキーム（多次元版 Riemann Solver）なる方法が提案されている。これにより、単なる 1 次元上流化の多次元への拡張より現象を的確に捉えられることが次第に明らかにされつつある。

一方、CIP 法は圧縮／非圧縮性を別にすることなく、移流項の積分は並進操作によって行われるため、張られた格子の性状に依存せず本質的に多次元上流化法になっている。
結果、数値拡散が非常に少なく、移流項処理における数値拡散は分子拡散程度となることが知られている。

1.4　高精度・高分解性

CIP（Cubic Interpolated Propagation）法はその名が示すとおり移流項に関しては空間 3 次精度である。
また、CIP 法の特徴のひとつである、並進操作による移流項の時間積分は時間精度においても 3 次精度を保証する。
空間精度のみを議論するのであれば、非圧縮では QUICK、圧縮では TVD も同様に 3 次精度である。
しかし、これらの意味する空間 3 次精度と CIP 法との主な違いは

（1）piece-wise third order
（2）位相誤差
（3）多次元 3 次精度
（4）high resolution

の 4 つの点にある。

（1）piece-wise third order

CIP 法では単一セル内で 3 次精度の多項式を構成する。これより、従来からの数点におよぶ高次補間とはことなり、滑らかで整合性のとれた補間が領域全体にわたり実現されることになる。

（2）位相誤差

物理量が大きく変化する領域では多項式補間による近似はオーバーシュート、あるいはアンダーシュートの原因となる。特に正値性が問題となる濃度、温度などの物理量においては、アンダーシュートは時に負の値の発生を招き数値計算上の致命傷となる。
この原因としては、数学的な単純な多項式補間では解を平面波の重ね合わせ（フーリエ変換）で捉えた場合、その位相が極端に乱れることにあると理解される。
CIP 法では、関数以外にその導関数まで物理的に時間発展させるため、補間多項式の決定過程で位相誤差が抑えられることが知られている。これは矢部らが報告している当初の文献で議論されているので参考にされたい。
この位相のずれが少ないために、オーバー／アンダーシュートが比較的発生し難く、かつ発達し難くなっている。

（3）多次元 3 次精度

QUICK に代表されるこれまでの 3 次精度スキームでは、各座標方向に施されたものを足し合わせて多次元版を構成する、という方法が採られる。従って、トータルとして完全な 3 次精度上流化ではなく、格子と流れ方向の成す角度によっては精度が落ちることは十分予想される。
一方、CIP 法は単一セル内全体で一つの 3 次多項式面を構成すると同時に、CIP 法特有の積分法（上流補間値のマッピング）双方が相まって、流れ方向に関して高次の物理精度を保証している。

（4）high resolution

これは、通常の非圧縮性解析では問題とされない言葉であるが、圧縮性流体解析では衝撃波の捕獲という点で重要である。
衝撃波付近では密度、圧力などが不連続的に変化するが、この不連続をいかに少ない格子点で捕獲し得るかがスキームの重要な性能である。
CIP 法はこれまでの報告からは、かなりの性能であると認められる。
また、非圧縮でも物質界面を捕獲する際には空間の高分解性が求められるが、これに関しては CIP 法と tan 変換を組み合わせた密度関数法が CIP 法の創始者である矢部教授の研究グループによって開発されている。しかし、非圧縮性流体分野におけるこの種の界面捕獲という問題については、著者個人（当社）の意見としては、Level-Set 関数（移流体方程式）に CIP 法を援用する方法の方が卓越していると考えている。

1.5　格子依存性が小さい

流体の方程式が大きく移流項と散逸項で構成されることは周知の事実である。
このうち、後者に関しては有限要素法、有限体積法を採用する以上、空間格子をそれほど意識せず離散化することが可能である。
しかし、移流項に関しては上流化のため、格子構造（配置）を意識する必要に迫られる。
この主な原因としては次のように理解される。
通常の多項式補間による数値流束の推算では、高次の上流化を実現しようとすると上流側（場合により下流点も含む）の数点を参照することになり、このためこれら上流点数点がある特定の座標軸上に一直線に並んでいることが求められる。そうでない場合は、何らかの補間による近似作業が発生することになるが、これが結果として数値拡散の混入を招くことになる。
しかし、この事情を逆手にとれば、最近傍隣接点のみで高次の上流化（多項式補間）が可能であれば上記のような格子依存性が解消されるということになる。

CIP 法は前述のとおり、本来の従属変数（密度、速度、圧力等）に加えて偏微分係数（勾配量）まで従属変数を拡大することで局所的（単一セル内）に 3 次の多項式補間を実現するものである。
前述の言葉を借りれば、piece-wise third order、多次元 3 次精度が空間格子からの束縛を解消していると言える。
これに関しては、最近ではグリッドレス法という側面で議論されている。

1.6　スキームの単純性

CIP 法では分離解法を採用している。このうち Advection Phase に関する処理は扱う物理方程式の種類によらず普遍的である。
一方、Non-advection Phase に関する処理は問題ごとに多少の工夫はようするものの、移流項が分離されているため、主な演算子はラプラシアンという対称な微分演算子のみから構成されることがほとんどである。これが離散化の処理を容易でかつ単純なものにしている。
また、この単純性が多相流などの複雑な流れへのスキームの適用をより容易にしていると理解される。
圧縮性流体の背景である特性理論と Riemann Solver、そして TVD 法を合わせて考えると CIP 法の単純性がより際立つと言えよう。

単純性はまた、拡張性・汎用性の代名詞であることに留意する必要がある。

［2］他のコードとの比較

現在の著者の乏しい知識の範囲内では、汎用コードの大半は非圧縮性流体現象を主な対象としている。但し、圧縮性流体解析機能を有するものもあるが、受託解析、あるいは産業界で圧倒的に運用されている機能は前者であると理解している。

また、圧縮性流体に力点をおいた汎用コードも存在するが実用に耐え得るものは希少であり、かつ非圧縮性流体の汎用コードと比べて高価である。

まして、圧縮／非圧縮を同時に統一して解析可能な汎用コードと呼べるものは皆無に等しい。唯一、手法の提唱者である矢部教授が自ら作成したコードがあるのみである。

ここでは、CIP 法をベースとする汎用コードなるものを仮想的に考え、さらに現存する汎用コードに関しては、PHOENICS、FLUENT、STAR-CD などの具体的なものは取り上げず、従来法をベースとするコードというやや抽象化された視点で考える。各具体的なコードそれぞれとの比較にはそれほど普遍性があるとは考えられない。

尚、CIP 法に関する特長はすでに前章で詳述されている。従って、ここでは表の形式を採用し、簡単に要点のみを列記するにとどめる。

		CIP 法コード	SIMPLE 法コード	TVD 法コード
離散化法	長所	・格子依存性がない。 ・非構造格子への拡張が容易である。 ・局所的に高次精度 ・不連続面、物質界面の捕獲性能が高い	・流れ方向の数点を用いて高次精度化を施すため、主記憶の増大を伴わない。	・流れ方向の数点を用いて高次精度化を施すため、主記憶の増大を伴わない。 ・保存性は収束性でコントロール可能。
	短所	・導関数を新たに従属変数に加えるため、主記憶の負荷が増す。 ・境界条件の取り扱いが複雑になる。 ・保存スキームではないため、保存性に若干の問題あり。	・上流点の参照上、非構造格子には不向き。 ・物理量の変化が急峻な場合振動が発生する。	上流点の参照上、非構造格子には不向き。 不連続面、境界上では 1 次精度に落ちる。
アルゴリズム	長所	・圧縮／非圧縮の区別なく統一的に解析可能 ・多相を同時に一つの流動体として解析可能 ・マッハ数による計算効率の劣化はない。 ・ロバスト性が高い。	・非圧縮性流体解析にある程度特化されたアルゴリズムのため定常解析を含め計算効率が良い（？） ・運用実績、計算事例が豊富	・圧縮性に特化しているため、定常解析を含め計算効率に工夫が成されている。 ・研究者人口が CIP 法に比べ多い。 →様々な提案がなされ短所が克服されやすい。
	短所	・移流項は時間項込みで並進操作により積分するため、純然たる定常解析（時間項を最初から消去した）は行えない。 →常に時間発展問題として計算する ・新規方法であるため、計算事例が少ない。	・圧縮性流体解析に不向き ・相変化、あるいは多相が混在する計算には不向き。	・マッハ数は小さい場合、計算効率の劣化が激しい。（非圧縮には不向き） ・基本的に空力解析（状態方程式は理想気体に対応）が解析対象で、今のところ、相変化は扱えない。（元来、関心外）
拡張性・将来性		・離散化スキーム、計算アルゴリズムともに単純である。 →複雑な物理過程（相変化、プラズマ、etc.）を組み込み易い。 ・流体の希薄性を除けば、かなりの境界領域（圧縮／非圧縮、物質の 3 態）をシームレスに接続している。 →将来の複合・複雑化する流体解析のブレークスルーとして有望。	・圧力は正式な意味での物理量（熱力学状態量）ではなく、連続式を満たすためのペナルティー関数の意味に近い。 →流体力学的現象の解析であって、流体物理的ではない。 ・非圧縮性流体からの脱却はかなり困難である。 →市場・テーマの拡大に向けて課題が多い	・マッハ数の依存性と物質の 3 態が統一的に扱えれば、保存スキームという利点を生かし将来有望である。 ・このうち、前者のマッハ数依存性は NASA および欧州の研究グループによって解消されつつある。 ・残りは後者の多相同時解法への発展が期待される。

［3］マーケット

数値流体が対象とする分野を扱う物質状態、流速を軸に 4 つの領域に分ける。
このうち、CIP 法が現時点で優位に立てるのは C、D である。
しかし、商用コードという点では圧縮性流体を本格的に実装した汎用コードが少ない事実から、マーケットとして B も考慮してしかるべき分野と考える。
以上から、後続である CIP 法コードがマーケット対象とすべきは A を除く分野と考えるのが妥当である。
（A の牙城を切り崩すのは費用対効果の点から避けるべきでは？）

	単相・単純 →	多相・複雑
低速流	A ・非圧縮性乱流 ・熱対流 ・物質拡散 従来からの機械・流体関連産業 大気・環境	C ・気液 2 相流 ・燃焼解析 ・MHD、磁性流体、ERF などの機能性流体現象 ・粉流体（極性流体モデル） 原子力、ガス、電気等のエネルギー産業 電子機器等の高付加価値産業 医療産業
↓ 高速流	B ・圧縮性乱流 ・高速飛翔体（航空機、往還機） ・高速鉄道（リニアモーターあるいは、新幹線のすれ違い） 航空・宇宙産業 高速鉄道	D ・レーザ加工・溶接 ・爆縮（レーザ核融合） ・ジェットエンジン ・爆発・爆轟 ・プラズマ 新生産技術関連 核融合関連 防災関連 航空新型エンジン

［4］その他

CIP 法自体は双曲型の偏微分方程式を精度良く、かつ安定に解くための手法、いわゆる、Hyperbolic Solver に属する。
この分野で問題とされるのは、前述した位相誤差であるが、SIMPLE 法をベースとする現存の汎用コードはこの点では劣る。
従って、SIMPLE 法は流体問題ではじめて効力を発揮する応用スキームであるのに対し、CIP 法は流体問題のみにはこだわらない、普遍的な基本スキームである。

双曲型（波動方程式）が関与する物理現象のシミュレーションとしては、

- 光導波路解析
- 電磁場解析、特に高速移動体（飛翔体）との電磁的相互作用

など、流体分野を超えた応用が考えられている。

流体分野に特定すれば、面白い話題としては

- 結石の破砕シミュレーション

が、また数値計算上の話題としては

- CIP 法とグリッドレス法との親和性

が任意形状への対応という点で議論に上ることがある。

尚、CIP 法ではスタガード格子はそれほど重要ではないので、3 次元化、あるいは非構造格子版への拡張は比較的容易である。